

**UNIVERSITÀ DEGLI STUDI ROMA TRE - MATEMATICA
ESERCIZI DI AM120**

A.A. 2025/2026 - ESERCITAZIONE XIII

Esercizio. Mostrare che $f(x) = \sqrt[3]{x}$ è uniformemente continua per $x \in [0, 1]$.

Esercizio. Dire se $f(x) = x + \frac{\sin x^2}{x}$ è uniformemente continua su $[1, +\infty)$.

Esercizio. Discutere al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$ l'uniforme continuità di $f(x) = \sin(x^\alpha)$ su $(0 + \infty)$.

Esercizio. Sia

$$f(x) = (|x|^{3/4} - 1)e^{\frac{x}{1-x^2}}.$$

Si discuta la uniforme continuità della funzione f sui seguenti domini: $A = (0, 1)$, $B = (-1, \frac{1}{2}]$, $C = (\sqrt{2}, 100)$, $D = [100, +\infty)$.

Esercizio. Si determini $\limsup a_n$ e $\liminf a_n$ per le seguenti successioni:

- $a_n := \left\{ \frac{n}{3} \right\} + \frac{1}{n} + (-1)^n$
- $a_n := \left(\cos \frac{\pi}{3} n \right)^n - \cos \frac{\pi}{3} n$
- $a_n := \left\{ \frac{n}{4} \right\} \left\{ 1 - \frac{n}{4} \right\}$
- $a_n := \left(\sin \frac{n\pi}{3} \right) \tanh \left((-\sqrt{2})^{n^2} \right)$